

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ**

Приемная комиссия

УТВЕРЖДЕНО решением Ученого совета
протокол № 3 от «28» октября 2022 г.



ПРОГРАММА

вступительных испытаний по дисциплине

«МАТЕМАТИКА»

Челябинск, 2022 г.

Пояснительная записка

Программа вступительного экзамена по математике составлена на основе требований Федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования (базовый и профильный уровни). Предназначена для подготовки к экзамену в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Уральский государственный университет физической культуры» абитуриентов направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

1. Нормативное обеспечение проведения вступительного экзамена по математике

Федеральный компонент государственных стандартов основного общего и среднего (полного) общего образования по математике (базовый и профильный уровни) (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089).

Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике в 2022 году.

Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2023 году единого государственного экзамена по математике.

2. Перечень требований к уровню подготовки абитуриентов, достижение которого проверяется на вступительном экзамене по математике

Перечень требований к уровню подготовки абитуриентов, достижение которого проверяется на вступительном экзамене по математике, составлен на основе раздела «Требования к уровню подготовки выпускников» Федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования (базовый и профильный уровни).

Абитуриент должен:

знать и понимать:

математические определения и теоремы, предусмотренные программой; математическую символику;

уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькулятором или таблицами для проведения вычислений;

- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; выполнять простейшие преобразования графиков функций;

- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним (сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции);

- решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;

- решать и исследовать уравнения и системы уравнений с параметром;

- изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости; использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач;

- производить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций;

- пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы, на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и при построении графиков функций;

- составлять уравнение касательной к графику функции и решать задачи, связанные с геометрическим смыслом производной.

3. Перечень элементов содержания, проверяемых на вступительном экзамене по математике

Перечень элементов содержания, проверяемых на вступительном экзамене по математике, составлен на базе раздела «Обязательный минимум содержания основных образовательных программ» Федерального компонента государственных стандартов основного общего и среднего (полного) общего образования по математике (базовый и частично профильный уровни).

Арифметика, алгебра и начала анализа.

Натуральные числа. Простые, составные и взаимно простые числа. Делимость. Признаки делимости чисел на 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10. Разложение числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное, их нахождение.

Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Основные свойства модуля. Применение этого понятия к решению уравнений и неравенств, содержащих модуль.

Проценты, пропорции.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Действия со степенями. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена.

Пояснительная записка

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической, арифметического корня.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, ее сумма.

Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух аргументов.

Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.

Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные основных элементарных функций.

Производная суммы двух функций.

Производная произведения двух функций.

Производная частного двух функций.

Производная сложной функции.

Уравнение касательной к графику функции.

Геометрия.

Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы.

Параллельные и перпендикулярные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

Векторы на плоскости и в пространстве, операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Нахождение угла между векторами. Условие перпендикулярности векторов. Коллинеарность векторов, компланарность векторов. Длина вектора.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Свойство перпендикуляра, опущенного из вершины прямого угла на гипотенузу.

Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности.

Сектор.

Центральные и вписанные углы, углы, образованные двумя хордами, хордой и касательной. Их измерение.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамида.

Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Правильные многогранники: тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.

Тела вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула объема параллелепипеда.

Формулы площади поверхности и объема призмы.

Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

Формулы площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара.

Формула площади сфер.

Основные формулы и теоремы.

Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Формула корней квадратного уравнения.

Теорема Виета (прямая и обратная).

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функций $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ и их графики.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Признаки равенства треугольников.

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора.

Теорема косинусов.

Теорема синусов.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Теорема, о трех перпендикулярах.

Перпендикулярность двух плоскостей.

4. Структура измерительных материалов вступительного экзамена

Каждый вариант экзаменационной работы состоит из трех частей и включает в себя 18 заданий, различающихся формой и уровнем сложности.

Часть 1 содержит 10 заданий с одним правильным ответом из 4 предлагаемых ответов.

Часть 2 содержит 5 заданий, где нужно представить решение задач.

Часть 3 содержит 3 более сложных задания, где также нужно представить решение задач.

Результаты выполнения заданий анализируются и оцениваются членами комиссии на основе специально разработанных критериев.

5. Распределение заданий по содержанию, видам умений и способам действий

Задания 1–10 из первой части – понятийные задания базового уровня нацелены на проверку знания и понимания основных математических определений и базовых вычислений.

Задания 1–5 из второй части требуют логического обоснования применяемых способов решения повышенного уровня и направлены на проверку сформированности умений.

Задания 1–3 из третьей части требуют постановки формальной задачи, что соответствует повышенному уровню.

6. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Экзамен проводится в письменной форме. На выполнение работы отводится 4 часа (240 минут).

Задания 1–10 первой части оцениваются 4 баллами за каждое. Задание считается выполненным верно, если абитуриент выбрал правильный ответ.

Правильное выполнение второй части заданий 1–5 оценивается 6 баллами за каждое. Эти задания оцениваются следующим образом: полное правильное выполнение задания – 6 баллов; выполнение задания с одной ошибкой или неполное выполнение задания (отсутствие одной необходимой операции, вычисления) – 3 балла.

Полное правильное выполнение заданий 1–3 в третьей части оценивается в 10 баллов. Выполнение задания с одной ошибкой или неполное выполнение задания (отсутствие одной необходимой операции, вычисления) – 5 баллов.

Максимальное количество баллов – 100.

Минимальное количество баллов – 27.

ЛИТЕРАТУРА

1. ЕГЭ. Математика. Большой сборник тематических заданий для подготовки к ЕГЭ. Базовый уровень / Под ред. Ященко И.В.. - М.: АСТ, 2013. - 382 с. с.
2. Буданцева, М.Б. Математика. 11 класс. ЕГЭ. 15 вариантов типовых заданий с решениями и ответами / М.Б. Буданцева. - М.: ТЦ Сфера, 2008. - 160 с.
3. Клово, А.Г. Математика в формате ЕГЭ. Базовый уровень. Вычисления и преобразования / А.Г.Клово. - Рн/Д: Феникс, 2016. - 96 с.
4. Лаппо, Л.Д. ЕГЭ. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Вступительные испытания / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. - М.: Экзамен, 2013. - 334 с.
5. Мерзляк, А.Г. ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. - М.: АСТ, 2018. - 189 с.
6. Роганин, А.Н. ЕГЭ. Математика. Экспресс-подготовка в схемах и таблицах / А.Н. Роганин, И.В. Третьяк. - М.: Эксмо, 2018. - 319 с.
7. Удалова, Н.Н. ЕГЭ. Математика. Алгоритмы выполнения типовых заданий / Н.Н. Удалова, Т.А. Колесникова, Д.А. Кудрец. - М.: Эксмо, 2018. - 159 с.

Пример

Вариант №

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий 1–10 выберите один правильный ответ

Задание 1

Вычислите: $8^{1/3} (-64)^{1/3} + 100^{1/2}$

- 1) 58 2) 2 3) 18 4) 4

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 2

Упростите выражение $\log_{0,2} a^9 - \log_{0,2} a$

- 1) $\log_{0,2} (a^9 - a)$ 2) 0 3) 9 4) $8\log_{0,2} a$

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 3

Упростите выражение $3\sin(3/2\pi + \alpha)/\sin(\pi - \alpha)$

- 1) $-3\operatorname{tg} \alpha$ 2) $3\operatorname{ctg} \alpha$ 3) 3 4) $-3\operatorname{ctg} \alpha$

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 4

Выполните действия $5(e^{2/11})^3 - 25e^{6/11}$

- 1) $100e^0$ 2) $100e^{6/11}$ 3) $-20e^{6/11}$ 4) $-20e^0$

Задание 5

Которая из функций четная

- 1) $y = x^2$ 2) $y = x^3$ 3) $y = \ln x$ 4) $y = 2 + 3x$

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 6

Какому промежутку принадлежит корень уравнения $\log_2(5x) = \log_2 21 - \log_2 3$

- 1) (0;1) 2) (1;2) 3) (2;4) 4) (4;6)

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 7

Найдите наибольшее значение функции $y = 2 - 9\cos x$

- 1) 11 2) 2 3) -7 4) 9

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 8

Укажите область определения функции $y = \sqrt[10]{1 - 7^{6-3x}}$

- 1) $(-\infty; 2)$ 2) $(2; \infty)$ 3) $[0; \infty]$ 4) $(1; 10)$

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 9

Найдите производную функции $y = x/(4x - 5)$

- 1) $y' = (4x - 9)/(4x - 5)^2$ 2) $y' = -(5x)/(4x - 5)^2$ 3) $y' = -5/(4x - 5)^2$ 4) $y' = (8x - 5)/(4x - 5)^2$

Впишите номер правильного ответа _____

Задание 10

Решите неравенство $10/x + 5 > 0$

- 1) $(-\infty; 0) \cup (0.5; +\infty)$ 2) $(-\infty; -0.5) \cup (0; +\infty)$ 3) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ 4) $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

Впишите номер правильного ответа _____

ЧАСТЬ 2**Задание 1**

Решите уравнение $\sin 10x - 5\sin 5x = 0$

Задание 2

Решите неравенство $\log_7(x - 8) < 2$

Задание 3

Найдите значение выражения $(\sin x - \cos x)^2 - 7\sin 2x$, если $\sin 2x = -0.6$

Задание 4

Решите уравнение $4 - \lg x = 3 \sqrt{\lg x}$

Задание 5

Найти наибольшее значение функции $y = 2 + \lg(x - 4)$ на отрезке $[-3; 5]$

ЧАСТЬ 3**Задание 1**

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 1$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$.

Задание 2

Решите неравенство $\sin 2x < -0.5$

Задание 3

Найдите тангенс наклона касательной к оси Ox функции $y = 3x^2 - 7x + 9$ в точке $x_0 = 5/6$.